

曾诚, 张超, 杨莹光. 基于非负潜在因子模型与二维大津法的图像分割算法研究[J]. 智能计算机与应用, 2025, 15(3): 213-218. DOI: 10.20169/j.issn.2095-2163.24060301

基于非负潜在因子模型与二维大津法的图像分割算法研究

曾 诚, 张 超, 杨莹光

(安徽国防科技职业学院 电气技术学院, 安徽 六安 237000)

摘 要: 由于实际环境的复杂性和测量技术的有限, 图像采集过程中常常会发生像素值缺失现象, 这将严重影响图像分割结果。针对像素缺失的图像, 引入非负潜在因子模型, 运用拉格朗日乘法与正则化相结合的方法, 利用已知信息对残缺的图像进行有效修补。运用改进后的二维大津法(Two dimensions OTSU)对修补后的图像进行分割; 首先, 运用最大熵原理求取图像灰度平均值的阈值, 在分割对象和背景的同时尽量提取边缘信息; 其次, 基于所得的灰度平均值阈值, 运用二维大津法求取阈值组, 进而对图像进行分割。最后, 在 MNIST 和 FashionMNIST 数据集上进行了对比实验。实验结果表明, 改进算法与其他算法相比具有缺失值填补准确、分割性能优良、抗噪能力强等优点。

关键词: 非负潜在因子模型; 拉格朗日乘法; 最大熵; 二维大津法; 图像分割

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2025)03-0213-06

An image segmentation algorithm based on non-negative latent factor model and two-dimensional OTSU method

ZENG Cheng, ZHANG Chao, YANG Yingguang

(School of Electrical Technology, Anhui Vocational College of Defense Technology, Lu'an 237000, Anhui, China)

Abstract: Due to the complexity of the actual environment and the limitation of measurement technology, pixel value loss often occurs during the image acquisition process, which will seriously affect the image segmentation results. In this paper, a non-negative latent factor model is proposed to impute the missing information based on the known information in terms of the Lagrange multiplier method and the regularization method. Then, after image imputation, an improved two-dimensional OTSU method is developed to segment the complete image. This method includes the following two steps: firstly, the maximum entropy methodology is used to calculate the threshold of the average gray-scale of the image, which greatly extracts the margin when fulfilling the image segmentation; secondly, based on the established threshold, a two-dimensional OTSU method is used to obtain the threshold group and segment the image. Finally, comparative experiments are carried out on MNIST and FashionMNIST datasets. The experimental results show that the algorithm proposed in this paper has the overwhelming advantages of the accurate missing imputation, the excellent segmentation performance, and the good resistance against the disturbances.

Key words: non-negative latent factor model; Lagrange multiplier method; maximum entropy; two-dimensional OTSU; image segmentation

0 引 言

作为数字图像处理的重要组成部分, 图像分割^[1]得到了广泛使用, 图像的分割结果对后续研究工作也有着很大的影响。对于一些充斥着噪声或者像素丢失的图像, 现有多种图像分割算法很难精确分割, 导致丢失很多信息, 对于模糊的边缘信息无法

分割出来, 也将对后期的特征匹配或者建模产生不利效果。大量像素缺失的图像使图像处理的难度增加, 所以对于有缺失的图像的精确填充具有重大的意义^[2]。由于很难将缺失的图像填补至和原图完全一致, 只能尽可能提高还原度来降低其对后续处理的影响, 所以对于填充后的图像, 分割算法的选取就显得尤为重要。Otsu^[3]提出了最大类间方差法,

基金项目: 2023年度安徽国防科技职业学院质量工程项目(901002001041023)。

作者简介: 曾 诚(1995—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 图像处理。Email: 1305104060@qq.com。

收稿日期: 2024-06-03

简称 OTSU, 因为其分割精度较高成为了吸引学界关注的阈值分割算法之一。但 OTSU 算法^[4]并没有考虑到像素之间的关系, 当图像噪声较多时, 分割结果就会较差。而二维 OTSU 提高了抗噪能力, 同时考虑到整体像素灰度值的分布和领域像素平均灰度值的分布。当缺失值过多时, 二维 OTSU 也无法做到精确分割, 此时需要对缺失图像进行修复, 常见的修复算法有像素生成式修复、渐进式修复、基于不规则卷积修复^[5]、基于 Transformer 修复、基于生成式对抗网络进行图像补全等算法^[6-7]。为此, 考虑与最大熵算法相结合进行更加精确的图像分割。

针对上述问题, 本文首先通过非负潜在因子模型对缺失值进行估计, 采用拉格朗日乘子法^[8]与正则化结合的方法对缺失值进行填补; 然后, 运用二维 OTSU^[9]对填补后的图像进行分割, 得到最终的结果图。所提出的方法具有以下优点:

(1) 将拉格朗日与正则化结合, 防止在估计缺失值时随迭代的增加正则化的降低。

(2) 将最大熵与 OTSU 结合组成二维 OTSU, 考虑到更多的边缘信息和灰度值与背景相近的对象信息, 分割精度有所增加。

1 缺失值填补

为了补全缺失值, 众多学者做了系列研究, 也相继推出了很多相关的算法, 比如贝叶斯估计、最近邻法、线性回归、期望值最大化^[10]等算法。但以上的算法均有着收敛速度慢、容易陷入局部最优、没有考虑到数据特征之间关系的缺点。为了弥补这些劣势, 本文将对非负潜在因子模型^[11]展开研究。非负潜在因子模型主要是利用已知的信息构造目标函数, 再对缺失的信息进行估计和填补。此模型充分考虑了全局信息、特征间的关系以及数据分布情况, 因此能较准确填补缺失值。与数据情况类似, 图像处理方面对图像的完整性要求较高, 但往往也不能避免图像残缺、像素丢失等问题发生, 此时就需要对图像进行修复, 因此本文对非负潜在因子模型进行改进, 使图像信息较为完整。

1.1 潜在因子模型

潜在因子模型多用于推荐算法中, 用户的喜好取决于有限的潜在因子。假设用户的潜在因子矩阵为 \mathbf{Q} , 其维度为 i , 其中的每一维向量表示用户对该项目对应因子归属度的兴趣程度。项目的潜在因子矩阵为 \mathbf{P} , 其维度为 u , 其中的每一维向量表示对应因子的归属程度, 设用户对项目的喜欢程度为 \mathbf{R} ,

则其维度为 $i \times u$, 得到公式如下:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{P}^T \quad (1)$$

即目标函数为:

$$l = \min_{\mathbf{P}, \mathbf{Q}} \sum_{R_{ui} \in X} (R_{ui} - \mathbf{Q}_i \mathbf{P}_u^T)^2 \quad (2)$$

其中, X 表示所有样本的集合, 由梯度下降法则可求出 \mathbf{P} 和 \mathbf{Q} 两个矩阵的估计值。其思路是将评分矩阵 \mathbf{R} 通过分解, 而后用低阶矩阵来逼近评分矩阵, 逼近的目标为评分矩阵和预测矩阵之间的差值平方和最小。

1.2 非负潜在因子模型与拉格朗日乘子法

潜在因子模型是一种机器学习的方法, 将高维数据映射到低维数据中, 获取其潜在因子, 获得数据特征, 从而精确估计缺失值。而只包含非负项的潜在因子模型即为非负潜在因子模型, 但却存在过拟合的情况, 为了防止过拟合加入了正则化项, 根据式(2)可构造如下的目标函数:

$$h = \frac{1}{2} \sum_{O_{i,j} \in l} \left((O_{i,j} - \sum_{k=1}^d p_{i,k} q_{k,j})^2 + \frac{m}{2} \sum_{k=1}^n p_{i,k}^2 + \frac{w}{2} \sum_{k=1}^d q_{k,j}^2 \right) \quad (3)$$

其中, $O_{i,j}$ 表示目标稀疏矩阵 $\mathbf{R}^{N \times S}$ 的项, 这里 $\forall i \in N, j \in S, k \in \{1, 2, \dots, d\}, p_{i,k} \geq 0, q_{k,j} \geq 0$, l 为 $\mathbf{R}^{N \times S}$ 中的已知集合; $p_{i,k}$ 和 $q_{k,j}$ 分别为 \mathbf{P} 和 \mathbf{Q} 中的项; m 和 w 分别表示 $p_{i,k}$ 和 $q_{k,j}$ 的学习率。为求出式(3), 本文采用拉格朗日乘子法, 在很多文献中提出用梯度下降法, 批量梯度下降法又包括批量梯度下降 (Batch Gradient Descent, BGD)^[12-13]、随机梯度下降 (Stochastic Gradient Descent, SGD)^[14]、小批量梯度下降 (Mini Batch Gradient Descent, MBGD)。对于 BGD, 每次迭代都需要计算所有样本, 耗时较长; 而 SGD 的准确度会大大降低, 可能会发生局部最优的情况; 而 MBGD 会太过依赖批量的选择, 可能会引起花费时间增加, 参数修正速度缓慢。所以本文将采用拉格朗日乘子法求出式(3), 其中 $p_{i,k} = t_{i,k}, q_{k,j} = s_{k,j}$, 但考虑到单独的增广拉格朗日随着迭代的增加, 正则化会降低, 于是将拉格朗日与正则化项结合, 称作 LARE。计算公式具体如下:

$$h = \frac{1}{2} \sum_{O_{i,j} \in l} \left[(O_{i,j} - \sum_{k=1}^d p_{i,k} q_{k,j})^2 + \sum_{k=1}^n \tau_{i,k} (p_{i,k} - r_{i,k}) + \sum_{k=1}^d v_{k,j} (q_{k,j} - s_{k,j}) + \frac{m}{2} \sum_{k=1}^n p_{i,k}^2 + \frac{w}{2} \sum_{k=1}^d q_{k,j}^2 \right] \quad (4)$$

其中, $\tau_{i,k}$ 和 $v_{k,j}$ 取 $0 \sim 1$, $r_{i,k}$ 和 $s_{k,j}$ 分别表示

待求解变量。通过 LARE,得:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial p} = \sum_{O_{i,j} \in l} [(O_{i,j} - \sum_{k=1}^d P_{i,k} q_{k,j}) (-q_{k,j}) + \tau_{i,j} (P_{i,k} - r_{i,k}) + m p_{i,k}] \\ \frac{\partial h}{\partial q} = \sum_{O_{i,j} \in l} [(O_{i,j} - \sum_{k=1}^d P_{i,k} q_{k,j}) (-P_{i,k}) + k_{i,j} (q_{k,j} - s_{k,j}) + n q_{k,j}] \end{cases} \quad (5)$$

使用拉格朗日乘法,令式(4)为 0,可得:

$$\frac{\partial h}{\partial p} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial q} = 0 \quad (6)$$

由式(5)可得其更新规则为:

$$\begin{cases} r_{i,k} = P_{i,k} - \frac{\sum_{O_{i,j} \in l} [(O_{i,j} - \sum_{k=1}^d P_{i,k} q_{k,j}) q_{k,j} - m p_{i,k}]}{\tau_{i,j}} \\ s_{k,j} = q_{k,j} - \frac{\sum_{O_{i,j} \in l} [(O_{i,j} - \sum_{k=1}^d P_{i,k} q_{k,j}) P_{i,k} - n q_{k,j}]}{k_{i,j}} \end{cases} \quad (7)$$

为了使缺失值填补后的图像更加完整,利用二维 OTSU 对其进行分割,以利于将图像中对象更完整地分割出来。

2 二维 OTSU

由于在图像修补时很难做到完全恢复,且背景中缺失的像素经过修补之后可能会变成对象,进而产生错误。为了将其视作噪声处理,本文选用 OTSU 算法,但由于 OTSU 只考虑灰度值之间的关系,对噪声处理相对较差,常常会造成分割错误。所以本文对 OTSU 进行了改进,改进后不仅考虑到灰度值之间的关系,且对图像进行滤波后求取最大熵,组成二维 OTSU,使分割更加精确。

2.1 OTSU

相比于最大熵阈值分割^[15-16]、自适应阈值分割^[17]、迭代阈值分割^[18]等算法^[19],OTSU 算法具有自动求得阈值、抗噪性强^[20-21]、分割精确等优点,基本思想是求出最佳阈值,将对象和背景做最大化的分割。设一幅像素总数为 MN 的图像分为 L 个灰度级, S_i 为灰度级 i 的像素个数, P_i 为灰度级 i 的概率,则:

$$P_i = \frac{S_i}{MN} \quad (8)$$

$$P_i \text{ 满足 } \sum_{i=0}^{L-1} P_i = 1 \text{ 且 } P_i \geq 0.$$

设 t 为分割阈值, G_a 为平均灰度值, $G_1(t)$ 和 $P_1(t)$ 分别为对象平均灰度值和概率, $G_2(t)$ 和 $P_2(t)$ 分别为背景平均灰度值和概率, δ 为类间平方差,可得:

$$\delta = P_1(t)(G_1(t) - G_a)^2 + P_2(t)(G_2(t) - G_a)^2 - P_1(t)P_2(t)(G_1(t) - G_2(t))^2 \quad (9)$$

当 δ 最大时, t 即为所求阈值。

2.2 二维最大熵和 OTSU

假设一幅图像分为 L 个灰度级,大小为 MN ,则存在 L 个灰度平均值。与一维 OTSU 类似,设 P_{gl} 和 P_{gd} 为灰度值 g 和灰度平均值 d 组成的 (g, d) 出现的次数和概率,则:

$$P_{gd} = \frac{P_{gl}}{MN} \quad (10)$$

为了降低噪声对分割结果的影响以及最大化保留图像信息,本文首先运用最大熵算法对灰度平均值求取阈值,然后通过二维 OTSU 算法求取阈值组,得到分割阈值。最大熵公式如下:

$$\begin{aligned} H(I) = \sum_{u,v} P_{gd}(u,v) \cdot \log_b \left(\frac{1}{P_{gd}(u,v)} \right) = \\ - \sum_{u,v} P_{gd}(u,v) \cdot \log_b (P_{gd}(u,v)) \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\sum_{i=0}^{L-1} P_{gdi} = 1, P_{gdi} \geq 0, P_n = \sum_{i=0}^t P_{gdi}; b$ 常取 2; (u, v) 表示平均灰度值。假设阈值为 t, D 为 $\{0, 1, 2, \dots, t\}$ 的灰度分布, B 为 $\{t + 1, t + 2, \dots, L - 1\}$ 的灰度分布,则 2 个熵分别为 $H(D)$ 和 $H(B)$,由下式求得:

$$H(D) = - \sum_{i=0}^t \frac{P_{gdi}}{P_n} \ln \frac{P_{gdi}}{P_n} \quad (12)$$

$$H(B) = - \sum_{i=t+1}^{L-1} \frac{P_{gdi}}{1 - P_n} \ln \frac{P_{gdi}}{1 - P_n} \quad (13)$$

定义函数 $\theta(t)$ 为 $H(D)$ 和 $H(B)$ 的和,则:

$$\theta(t) = H(D) + H(B) \quad (14)$$

则最佳阈值为:

$$\begin{aligned} t = \arg \max \theta(t) = - \sum_{i=0}^t \frac{P_{gdi}}{P_n} \ln \frac{P_{gdi}}{P_n} - \\ \sum_{i=t+1}^{L-1} \frac{P_{gdi}}{1 - P_n} \ln \frac{P_{gdi}}{1 - P_n} \end{aligned} \quad (15)$$

设灰度值为 l 和灰度平均值为 d 的像素点个数 n_{ld} , 概率为 P_{ld} , 推得公式如下:

$$P_{ld} = \frac{n_{ld}}{MN} \quad (16)$$

二维灰度直方图如图 1 所示。以阈值组为 (j, k) 的二维矢量将图像像素分为 4 个区域,由于 A 中

的灰度值以及平均灰度值都相对较低,所以可确定此区域为对象,同理 B 为背景, C 和 D 为噪声。其中, $j = t$, 横轴表示图像的灰度值,纵轴表示图像的平均灰度值。

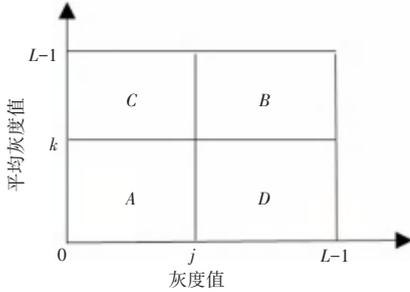


图1 二维灰度直方图

Fig. 1 Two-dimensional gray histogram

则两类的概率为:

$$\begin{aligned} P_A &= \sum_{l=0}^j \sum_{d=0}^k P_{ld} \\ P_B &= \sum_{l=j+1}^{L-1} \sum_{d=k+1}^{L-1} P_{ld} \end{aligned} \quad (17)$$

则两类的均值向量为:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_A &= (u_{Al}, u_{Ad})^T = \left(\sum_{l=0}^j \sum_{d=0}^k \frac{lP_{ld}}{P_A}, \sum_{l=0}^j \sum_{d=0}^k \frac{dP_{ld}}{P_A} \right)^T \\ \mathbf{u}_B &= (u_{Bl}, u_{Bd})^T = \left(\sum_{l=j+1}^{L-1} \sum_{d=k+1}^{L-1} \frac{lP_{ld}}{P_B}, \sum_{l=j+1}^{L-1} \sum_{d=k+1}^{L-1} \frac{dP_{ld}}{P_B} \right)^T \end{aligned} \quad (18)$$

图像的均值向量为:

$$\mathbf{u} = (u_l, u_d)^T = \left(\sum_{l=0}^{L-1} \sum_{d=0}^{L-1} lP_{ld}, \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{d=0}^{L-1} dP_{ld} \right)^T \quad (19)$$

可类比一维 OTSU, 得到一个类间离散测度:

$$\begin{aligned} S(j, k) &= P_A(\mathbf{u}_A - \mathbf{u})^T(\mathbf{u}_A - \mathbf{u}) + P_B(\mathbf{u}_B - \mathbf{u})^T(\mathbf{u}_B - \mathbf{u}) \\ &= P_A[(u_{Al} - u_l)^2 + (u_{Ad} - u_d)^2] + \\ &P_B[(u_{Bl} - u_l)^2 + (u_{Bd} - u_d)^2] \end{aligned} \quad (20)$$

则最佳阈值满足:

$$S(j^*, k^*) = \max S(j, k) \quad (21)$$

本文提出的算法流程如下所示。

输入 像素缺失的图像

输出 经填补后的二值化图像

1. 输入像素随机缺失的图像, 读取像素矩阵, 得到 $O_{i,j}$, 设定迭代次数 n ;

2. 通过 LARE 方法, 令 $\frac{\partial h}{\partial p} = 0, \frac{\partial h}{\partial q} = 0$, 求得 $t_{i,k}$ 和 $s_{k,j}$, 确定更新规则;

3. for $i = 0$ to $i = n$

计算 $t_{i,k}$ 和 $s_{k,j}$, 对缺失值进行填补;

4. 得到填补后的图像 X ;

5. 读取 X 的灰度值 $I(x, y)$ 并计算平均灰度值 $I(u, v)$, 利用最大熵求得平均灰度值阈值 t ;

6. 求得阈值组 (j, k) , 其中 $j = t$;

7. if $I(x, y) \geq k$ and $I(u, v) \geq j$

$$I(x, y) = 255$$

else

$$I(x, y) = 0$$

8. 输出二值化后的图像。

首先输入图像, 对其进行缺失值处理, 得到缺失值的图片, 然后运用非负潜在因子模型, 通过拉格朗日乘法与正则化相结合进行缺失值估计, 稍后进行缺失值填补, 得到了填补后的图像, 再通过改进的二维 OTSU 对其进行图像分割, 最后得到结果输出图像。

3 实验结果与分析

为了验证本文所提出缺失值填补算法和改进的二维 OTSU 分割算法的性能, 将对 2 组图像进行不同缺失程度的处理后再对其进行缺失值填补及图像分割, 比较不同缺失程度对分割结果的影响。并分别与一维 OTSU、最大熵阈值分割、自适应阈值分割、迭代阈值得到的分割结果进行比较。

缺失程度与填补对比如图 2 所示。图 2 中, (a) 和 (d) 分别为 MNIST 和 FashionMNIST 数据集的原图以及不同的缺失程度, (b)、(e) 和 (c)、(f) 分别为本文算法填补以及图像处理中的金字塔插值填补算法处理图, 可以看出 MNIST 和 FashionMNIST 在缺失到 70% 时, 本文算法比金字塔插值填补算法要清晰许多。接下来将对不同缺失程度填补后的图像进行各种不同算法的分割对比。

各种分割算法对比如图 3 所示。图 3 中, (a)、(b)、(c) 分别是缺失程度为 30%、50%、70% 的 MNIST 和 FashionMNIST 数据集, 每行从上到下依次为 OTSU、迭代阈值、自适应阈值、最大熵、本文算法。从直观上观察, 本文算法相对于其他算法有着更加清晰的分割效果。为了验证分割的优劣, 本文采用峰值信噪比 (PSNR) 对不同程度缺失值处理后的结果图进行测评。PSNR 是衡量信号失真的指标, 值越大说明失真越小, 分割效果越好, 其单位为 dB。这里用到的公式如下:

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|Q(i, j) - I(i, j)\|^2 \quad (22)$$

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\max^2}{MSE} \right) \quad (23)$$



(a) 数据集 1



(b) 数据集 1 的本文算法处理结果



(c) 数据集 1 的金字塔插值填补算法处理结果



(d) 数据集 2



(e) 数据集 2 的本文算法处理结果



(f) 数据集 2 的金字塔插值填补算法处理结果

图 2 缺失程度与填补对比

Fig. 2 Degree of absence and filling contrast

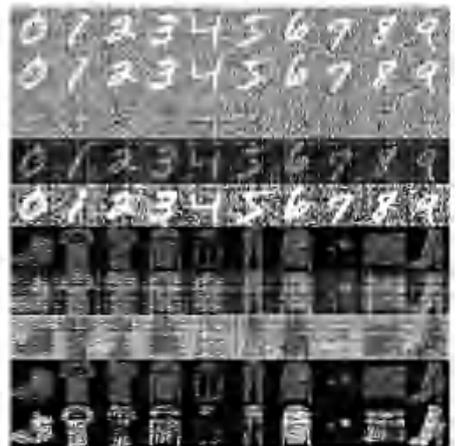
其中, MSE 表示图像的均方差; mn 表示图像的大小; $Q(i, j)$ 表示原始图像; $I(i, j)$ 表示处理后的图像; \max 表示最大灰度值。本文将潜在因子模型填补缺失值的图像与分割算法结合所得的 $PSNR$ 与



(a) 数据集 1



(b) 数据集 2



(c) 数据集 3

图 3 各种分割算法对比

Fig. 3 Comparison of various segmentation algorithms

金字塔插值填补缺失值的图像与分割算法结合所得的 $PSNR$ 相比较,结果见表 1、表 2,加粗项为每种缺失程度的最佳值。

表1 非负潜在因子与各种分割算法结合的 PSNR

Table 1 PSNR obtained by combining non-negative latent factors with various algorithms

数据集	缺失率/%	OTSU	迭代阈值	自适应	最大熵	本文算法
MNIST	30	9.347	9.313	3.735	9.538	12.039
MNIST	50	8.120	8.102	3.724	7.716	10.116
MNIST	70	7.110	6.090	3.249	7.086	8.558
FashionMNIST	30	13.432	13.433	5.514	8.902	17.988
FashionMNIST	50	11.261	8.931	3.423	6.756	16.561
FashionMNIST	70	3.056	3.076	2.745	6.792	3.726

表2 金字塔插值与各种算法结合的 PSNR

Table 2 PSNR obtained by combining pyramid interpolation with various algorithms

数据集	缺失率/%	OTSU	迭代阈值	自适应	最大熵	本文算法
MNIST	30	8.246	8.465	3.614	9.462	11.246
MNIST	50	7.450	7.162	3.527	7.015	9.562
MNIST	70	6.371	5.493	3.048	6.912	8.079
FashionMNIST	30	12.246	11.552	5.017	7.801	16.480
FashionMNIST	50	10.147	7.813	3.405	6.427	15.561
FashionMNIST	70	2.735	2.976	2.674	6.392	3.652

由表1可知,前3行为MNIST数据集的实验数据,后3行为FashionMNIST的实验数据。由表1中可看出,随着缺失程度增加,每种分割算法的PSNR都在逐渐降低。可以得出,图像的缺失程度对于图像处理有极大的影响。在同一缺失程度的情况下,本文算法的PSNR均大于其他的几种算法,由此得知在分割的精确性上,本文提出的算法具有显著优越性以及良好的普适性。与表2相比,相同的分割算法却有更高的PSNR,分析得出非负因子填补缺失值还原程度更高。

4 结束语

研究可知,图像缺失的情况对图像分割的精确度造成了极大的影响,若是直接对缺失图像进行分割,结果图将与原图相差很大,甚至会误分对象和背景,所以在分割之前进行缺失值填补是十分必要的。针对MNIST和FashionMNIST数据集的实验结果表明,本文所提出的缺失值填补的算法对图像缺失处理取得了令人满意的效果,改进的二维OTSU具有分割性能好,抗噪能力强的优势。

参考文献

- [1] 陈子昂,刘娜,袁野,等. 基于多重注意力机制的多模态脑肿瘤图像分割[J]. 智能计算机与应用,2023,13(12):80-86.
- [2] 赵善利. 虚拟多视点舰船图像背景局部缺失修复方法[J]. 舰船科学技术,2024,46(3):161-164.
- [3] OTSU N. A threshold selection method from gray level histograms[J]. IEEE Transactions on Systems Man Cybernetics-Systems, 1979, 9(1): 62-66.
- [4] 邓子青,王阳,张兵,等. 基于OTSU算法与形态学的火龙果图

- 像分割研究[J]. 智能计算机与应用,2022,12(6):106-109.
- [5] 段炎,龙华,瞿于荃,等. 基于部分卷积的文字图像不规则干扰修复算法研究[J]. 计算机工程与科学,2021,43(9):1634-1644.
- [6] 黄健,王虎,赵小飞. 基于边缘图与多尺度特征融合的图像修复[J]. 计算机系统应用,2024,33(4):215-225.
- [7] 张乐,余映,革浩. 基于快速傅里叶卷积与特征修剪坐标注意力的壁画修复[J]. 计算机科学,2024,51(S1):338-346.
- [8] 刘强,刘朝霞. 分数阶 q -Laplace全变差图像修补模型的增广拉格朗日算法实现[J]. 中央民族大学学报(自然科学版),2023,32(4):60-68.
- [9] 梁义涛,陈亚辉,李永锋. 二维OTSU的Z字折线阈值分割方法[J]. 清远职业技术学院学报,2024,17(1):56-66.
- [10] 朱文龙. 基于期望值最大优化声源定位算法研究[D]. 合肥:安徽大学,2022.
- [11] 吴静,宋燕. 融合迁移学习和神经网络的潜在因子模型[J]. 智能计算机与应用,2022,12(6):20-27.
- [12] 刘美玉,刘启发,程亚玲,等. 基于梯度下降算法的光学神经网络性能的研究[J]. 微电子学与计算机,2022,39(12):13-20.
- [13] 王晓燕,王品,郎贺,等. 梯度下降优化神经网络的主轴可靠性预测模型[J]. 沈阳航空航天大学学报,2022,39(4):37-43.
- [14] 韩兴. 随机梯度下降优化的量子多分类支持向量机[J]. 福建电脑,2024,40(2):1-6.
- [15] 杨林蛟. 基于阈值的图像分割算法研究综述:原理、分类及典型算法[J]. 沈阳师范大学学报(自然科学版),2023,41(6):526-529.
- [16] 周星奇. 基于改进遗传算法与最大熵阈值法的图像分割[J]. 电脑编程技巧与维护,2023(11):151-154.
- [17] 王东阳,胡宇鹏,蒋伟辉,等. 基于自适应阈值分割的动车组辅助供电系统单芯动力电缆故障定位方法研究[J]. 铁道学报,2024,46(4):80-88.
- [18] 李智超,曹益平. 基于改进迭代阈值的白细胞图像分割方法[J]. 光学与光电技术,2022,20(2):84-94.
- [19] 何宇新,陈勇,王友元. 基于贝叶斯学习的数字化图像多阈值分割方法[J]. 计算机仿真,2024,41(5):226-230.
- [20] 慕阳. 椒盐噪声图像降噪算法设计[J]. 电视技术,2023,47(12):72-75.
- [21] 窦国贤,周伟,喻成琛,等. 基于K均值的超分辨率图像噪声识别方法[J]. 自动化与仪表,2023,38(9):68-72.