

王龙浩, 刘婷婷. 切换正时滞系统的异步镇定性[J]. 智能计算机与应用, 2025, 15(2): 128-132. DOI: 10.20169/j.issn.2095-2163.24062401

切换正时滞系统的异步镇定性

王龙浩, 刘婷婷

(西安工程大学 理学院, 西安 710048)

摘要: 本文讨论了带有时滞的离散时间切换正系统的异步镇定性问题。首先, 设计一类异步状态反馈控制器, 通过构造一类多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 利用前向平均驻留时间 (FADT) 切换信号的概念, 得到闭环系统是指数稳定的一个充分条件; 其次, 基于该定理给出控制器增益的具体形式; 最后, 给出一个数值例子验证所得结果的有效性。

关键词: 切换正时滞系统; 指数稳定性; 前向平均驻留时间; Lyapunov-Krasovskii 泛函

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2025)02-0128-05

Asynchronous stabilization of switched positive time-delay systems

WANG Longhao¹, LIU Tingting¹

(School of Sciences, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract: In this paper, the problem of asynchronous stabilization for discrete-time switching positive systems with time delay is discussed. Firstly, a class of asynchronous state feedback controller is designed, by constructing a class of copositive Lyapunov-Krasovskii functional, using the concept of forward average dwell time (FADT) switching signal, a sufficient condition is obtained for exponential stability of the closed-loop system. Secondly, the concrete form of controller gain is given based on the theorem. Finally, a numerical example is given to verify the validity of the obtained results.

Key words: switched positive time-delay systems; exponential stability; forward average dwell time; Lyapunov-Krasovskii functional

0 引言

切换正系统由若干个正子系统以及协调各个子系统之间切换的切换信号组成^[1]。由于其兼具切换系统的复杂动力学和正系统的特殊性质, 从而被广泛应用于各个领域。例如: 电力系统、生物系统、交通控制系统等。时滞现象在控制系统中普遍存在, 由于时滞的存在可能会导致系统性能变差甚至使整个系统不稳定^[2], 因此研究带有时滞的切换正系统的稳定性具有重要意义。

研究表明, 切换信号在一定程度上会影响切换正系统的整体性能, 目前关于切换正系统设计的切换信号有平均驻留时间 (ADT)^[3]、模型依赖平均驻留时间 (MDADT)^[4]、可容许边依赖平均驻留时间 (AED-ADT)^[5] 等。这些切换信号与 Lyapunov 稳定

性理论进行有机结合, 成为了处理切换正系统稳定性的有力工具, 并取得了许多成果。如: Du 等^[6] 研究了一类具有外部扰动的切换正时滞系统, 利用加权 MDADT 切换信号, 对系统的稳定性和镇定性进行分析。Hong 等^[7] 基于比较原理, 利用离散的多余正 Lyapunov 函数与 MDADT 切换信号, 研究了具有混合脉冲的离散时间和连续时间切换正时滞系统的全局指数稳定性问题。然而, 上述结果只是规定了驻留时间的下界, 当系统的某个子系统运行时间过大时, 系统可能会不稳定, 因此 Wang 等^[8] 提出了前向平均驻留时间切换信号, 该切换信号给出了平均驻留时间的上界, 防止因驻留时间过大导致系统性能变差。

在实际情况下, 控制器的识别需要一定的时间, 这可能会导致控制器的切换时刻滞后于子系统的切

基金项目: 陕西省科技厅自然科学基金基础研究计划 (2021JQ-657)。

作者简介: 王龙浩 (2000—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 控制理论。

通信作者: 刘婷婷 (1987—), 女, 博士, 讲师, 硕士生导师, 主要研究方向: 控制理论。Email: liutingting@xpu.edu.cn。

收稿日期: 2024-06-24

哈尔滨工业大学主办 ◆ 专题设计与应用

换时刻,相应的就会产生异步切换^[9-11]。Liu 等^[12]讨论了一类离散脉冲切换正时滞系统在异步切换下的有限时间控制问题, 通过利用 Lyapunov - Krasovskii 泛函方法, 设计了一类异步切换控制器, 结合 MDADT 方法, 得到了闭环系统在异步切换下是有限时间稳定的充分条件, 并给出了期望控制器增益的具体形式。Wang 等^[13]将跃迁概率与 MDADT 相结合, 称为基于跃迁概率的 MDADT 切换方法, 研究了离散时间切换正时滞系统的异步镇定性问题。然而, 对于离散时间切换正时滞系统在前向平均驻留时间切换信号下的异步镇定性尚未被涉及, 这也是本文的一个研究动机。

本文基于 FADT 切换信号, 研究了一类离散时间切换正时滞系统的指数稳定性和异步镇定性问题, 并给出了数值例子来验证所得结果的有效性。

1 系统描述及预备知识

本节对一些符号进行说明, 描述本文所研究的系统以及预备知识。

符号: \mathbf{R} 表示实数, \mathbf{R}^n 表示 n 维实数向量的集合, $\mathbf{R}^{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 维实数矩阵的集合。 N 和 N_+ 分别表示自然数和正整数的集合。 矩阵 \mathbf{A} 的转置由 \mathbf{A}^T 表示。 向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 的 1 - 范数由 $\|\mathbf{x}\|$ 表示, 即

$$\|\mathbf{x}\| = \sum_{i=1}^n |x_i|, \text{ 其中 } x_i \text{ 表示向量 } \mathbf{x} \text{ 的第 } i \text{ 个元素。}$$

对于任意的向量 $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^n, \mathbf{v} > 0 (\mathbf{v} \geq 0)$ 表示向量 \mathbf{v} 的每一个元素都是正的(非负的), $\mathbf{v} < 0 (\mathbf{v} \leq 0)$ 表示向量 \mathbf{v} 的每一个元素都是负的(非正的)。 对于任意的矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times m}, \mathbf{A} > 0 (\mathbf{A} \geq 0)$ 表示矩阵 \mathbf{A} 的每一个元素都是正的(非负的)。

考虑如下离散时间切换时滞系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_{\sigma(k)}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_{d\sigma(k)}\mathbf{x}(k-h) + \\ \mathbf{B}_{\sigma(k)}\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{x}(\theta) = \boldsymbol{\varphi}(\theta), \theta = -h, \dots, 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量; $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入; $h > 0$ 表示常时滞; $\sigma(k): \mathbf{R} \rightarrow M = \{1, 2, \dots, J\}$, $\boldsymbol{\varphi}(\theta)$ 是初始条件, 是右连续分段常值函数(称为切换信号); J 表示子系统的个数; $k_0 = 0$ 是初始时刻, $0 = k_0 < k_1 < k_2 < \dots < k_m < \dots$ 表示 $\sigma(k)$ 的切换时刻; $\mathbf{A}_p, \mathbf{A}_{dp}, \mathbf{B}_p, p \in M$ 是具有适当维数的实数矩阵。

在许多情况下, 识别每个子系统需要一定的时间, 这会使控制器的切换信号滞后于实际的系统切换, 因此系统可能具有异步切换。

考虑如下异步切换状态反馈控制器:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}_{\sigma(k-\Delta_m)}\mathbf{x}(k), \forall k \in [k_m, k_{m+1}), m \in N \quad (2)$$

其中, $\Delta_0 = 0, 0 < \Delta_m < \inf_{m \geq 1} (k_{m+1} - k_m) (m \in N_+)$ 表示切换延迟周期。 令 $\bar{\sigma}(k)$ 表示系统控制器的切换信号, 则 $\bar{\sigma}(k_0) = \sigma(k_0), \bar{\sigma}(k_m + \Delta_m) = \sigma(k_m), m \in N_+$ 。

设在切换时刻 k_m 第 p 个子系统被激活, 在 k_{m-1} 时刻第 q 个子系统被激活, 在异步切换状态反馈控制器(式(2))下, 闭环系统为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}_p\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_{dp}\mathbf{x}(k-h), \\ k \in [k_m + \Delta_m, k_{m+1}) \\ \mathbf{x}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}_{pq}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_{dp}\mathbf{x}(k-h), \\ k \in [k_m, k_m + \Delta_m) \\ \mathbf{x}(\theta) = \boldsymbol{\varphi}(\theta), \theta = -h, \dots, 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\bar{\mathbf{A}}_p = \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p\mathbf{K}_p, \bar{\mathbf{A}}_{pq} = \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p\mathbf{K}_q$ 。

引理 1^[14] 如果 $\forall p, q \in M, \bar{\mathbf{A}}_p \geq 0, \bar{\mathbf{A}}_{pq} \geq 0, \mathbf{A}_{dp} \geq 0$, 则系统(3) 是正的。

定义 1^[8] 给定切换信号 $\sigma(k)$, 对于任意的 $k \geq k_0$, 设 N_σ 表示在区间 $[k_0, k)$ 内子系统被激活的次数, 如果存在常数 $\tau'_a > 0, N_1 \geq 1$ 使得不等式成立, 则称 τ'_a 为切换信号 $\sigma(k)$ 的前向平均驻留时间(FADT), N_1 为前向抖振界。

$$N_\sigma \geq \frac{k - k_0}{\tau'_a} - N_1 \quad (4)$$

定义 2^[15] 给定两个常数 $\xi > 0, 0 < \eta < 1$ 以及一个切换信号 $\sigma(k)$, 如果系统(3) 的解满足

$$\|\mathbf{x}(k)\| \leq \xi\eta^k \|\mathbf{x}(0)\|_c, \forall k \geq 0 \quad (5)$$

则称系统(3)是指数稳定的, 其中

$$\|\mathbf{x}(0)\|_c = \sup_{-h \leq \theta \leq 0} \|\mathbf{x}(\theta)\|。$$

2 主要结果与数值例子

2.1 切换正时滞系统的稳定性

首先, 基于 FADT 切换信号, 讨论闭环系统(3) 的指数稳定性。

定理 1 考虑闭环系统(3), 令 $\bar{\mathbf{A}}_p \geq 0, \bar{\mathbf{A}}_{dp} \geq 0$, 给定常数 $\alpha > 1, \beta > 1, 0 < \gamma < 1, L > 0$, 存在向量 $\mathbf{v}_p > 0, \mathbf{v}_p > 0, \mathbf{v}_{pq} > 0, \mathbf{v}_{pq} > 0, \forall p, q \in M$ 有以下不等式

$$\bar{\mathbf{A}}_p^T \mathbf{v}_p - \alpha \mathbf{v}_p + \mathbf{v}_p < 0 \quad (6)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{pq}^T \mathbf{v}_{pq} - \beta^{-1} \mathbf{v}_{pq} + \mathbf{v}_{pq} < 0 \quad (7)$$

$$\mathbf{A}_{dp}^T \mathbf{v}_p - \alpha^h \mathbf{v}_p < 0 \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_{dp}^T \mathbf{v}_{pq} - \beta^{-h} \mathbf{v}_{pq} < 0 \quad (9)$$

成立,那么当FADT切换信号 τ_a' 满足

$$\alpha^k (\mu_1 \mu_2)^{N_{\sigma}(k,0)} (\alpha\beta)^{-N_{\sigma}(k,0)\Delta} \leq L\gamma^{N_{\sigma}} \quad (10)$$

闭环系统(3)是正的且是指数稳定的。其中, Δ

表示控制器的切换滞后于子系统的最小滞周期,

$\mu_0 = (\alpha\beta)^{1-h}, \mu_1 \mu_2 > 1$,满足

$$\mathbf{v}_p \leq \mu_1 \mathbf{v}_{pq}, \mathbf{v}_p \leq \mu_0 \mu_1 \mathbf{v}_{pq} \quad (11)$$

$$\mathbf{v}_{pq} \leq \mu_2 \mathbf{v}_q, \mathbf{v}_{pq} \leq \mu_2 \mathbf{v}_q \quad (12)$$

证明 由引理1可知,闭环系统(3)是正的。

下面证明闭环系统(3)是指数稳定的,考虑如下多余正Lyapunov-Krasovskii泛函:

$$V_{\sigma(k)}(k) \triangleq \begin{cases} V_{\sigma(k)}(\mathbf{x}(k), k) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{v}_{\sigma(k)} + \\ \sum_{s=k-h}^{k-1} \alpha^{k-s-1} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{v}_{\sigma(k)} \\ k \in [k_m + \Delta_m, k_{m+1}) \\ V_{\sigma(k)}(\mathbf{x}(k), k) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{v}_{\sigma(k)\sigma(k)} + \\ \sum_{s=k-h}^{k-1} \beta^{s-k+1} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{v}_{\sigma(k)\sigma(k)} \\ k \in [k_m, k_m + \Delta_m) \end{cases}$$

设在切换时刻, k_m 第 p 个子系统被激活,在 k_{m-1} 时刻第 q 个子系统被激活,即 $\sigma(k_m) = p, \sigma(k_{m-1}) = q$,则由式(6)和(8)可得, $\forall k, k+1 \in [k_m + \Delta_m, k_{m+1})$,有

$$V_p(k+1) - \alpha V_p(k) = \mathbf{x}^T(k+1) \mathbf{v}_p + \sum_{s=k-h+1}^k \alpha^{k-s} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{v}_p -$$

$$\alpha \mathbf{x}^T(k) \mathbf{v}_p - \sum_{s=k-h}^{k-1} \alpha^{k-s} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{v}_p = \mathbf{x}^T(k) (\bar{\mathbf{A}}_p^T \mathbf{v}_p - \alpha \mathbf{v}_p + \mathbf{v}_p) +$$

$$\mathbf{x}^T(k-h) (\mathbf{A}_{dp}^T \mathbf{v}_p - \alpha^h \mathbf{v}_p) < 0,$$

因此,

$$V_p(k+1) < \alpha V_p(k) \quad (13)$$

由式(7)和(9)可知, $\forall k, k+1 \in [k_m, k_m + \Delta_m)$,有

$$V_{pq}(k+1) - \beta^{-1} V_{pq}(k) = \mathbf{x}^T(k+1) \mathbf{v}_{pq} +$$

$$\sum_{s=k-h+1}^k \beta^{s-k} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{v}_{pq} - \beta^{-1} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{v}_{pq} -$$

$$\sum_{s=k-h}^{k-1} \beta^{s-k} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{v}_{pq} = \mathbf{x}^T(k) (\bar{\mathbf{A}}_{pq}^T \mathbf{v}_{pq} - \beta^{-1} \mathbf{v}_{pq} +$$

$$\mathbf{v}_{pq} + \mathbf{x}^T(k-h) (\mathbf{A}_{dp}^T \mathbf{v}_{pq} - \beta^{-h} \mathbf{v}_{pq}) < 0$$

因此,

$$V_{pq}(k+1) < \beta^{-1} V_{pq}(k) \quad (14)$$

由式(11)可知,

$$V_p(k_m + \Delta_m) - \mu_1 V_{pq}(k_m + \Delta_m^-) = \mathbf{x}^T(k_m + \Delta_m) \mathbf{v}_p +$$

$$\sum_{s=k_m+\Delta_m-h}^{k_m+\Delta_m-1} \alpha^{k_m+\Delta_m-s-1} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{v}_p - \mu_1 \mathbf{x}^T(k_m + \Delta_m) \mathbf{v}_{pq} -$$

$$\mu_1 \sum_{s=k_m+\Delta_m-h}^{k_m+\Delta_m-1} \beta^{s-k_m-\Delta_m+1} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{v}_{pq} = \mathbf{x}^T(k_m + \Delta_m) (\mathbf{v}_p -$$

$$\mu_1 \mathbf{v}_{pq}) + \sum_{s=k_m+\Delta_m-h}^{k_m+\Delta_m-1} \alpha^{k_m+\Delta_m-s-1} \times \mathbf{x}^T(s) [\mathbf{v}_p -$$

$$(\alpha\beta)^{s-k_m-\Delta_m+1} \mu_1 \mathbf{v}_{pq}] \leq \mathbf{x}^T(k_m + \Delta_m) (\mathbf{v}_p -$$

$$\mu_1 \mathbf{v}_{pq}) + \sum_{s=k_m+\Delta_m-h}^{k_m+\Delta_m-1} \alpha^{k_m+\Delta_m-s-1} \times \mathbf{x}^T(s) [\mathbf{v}_p -$$

$$(\alpha\beta)^{1-h} \mu_1 \mathbf{v}_{pq}] = \mathbf{x}^T(k_m + \Delta_m) (\mathbf{v}_p - \mu_1 \mathbf{v}_{pq}) +$$

$$\sum_{s=k_m+\Delta_m-h}^{k_m+\Delta_m-1} \alpha^{k_m+\Delta_m-s-1} \times \mathbf{x}^T(s) (\mathbf{v}_p - \mu_0 \mu_1 \mathbf{v}_{pq}) \leq 0$$

其中, $\mu_0 = (\alpha\beta)^{1-h}$, 因此

$$V_p(k_m + \Delta_m) \leq \mu_{p1} V_{pq}(k_m + \Delta_m^-) \quad (15)$$

同理,由式(12)可知,

$$V_{pq}(k_m) \leq \mu_2 V_p(k_m^-) \quad (16)$$

设 $k \in [k_m, k_{m+1})$ 且 $k > k_m + \Delta_m$,结合式(13)-(16)以及FADT的定义,可得

$$V_{\sigma(k)}(k) \leq \alpha^{k-k_m-\Delta_m} V_{\sigma(k_m)}(k_m + \Delta_m) \leq$$

$$\mu_1 \alpha^{k-k_m-\Delta_m} V_{\sigma(k_m)\sigma(k_m)}(k_m + \Delta_m^-) \leq$$

$$\mu_1 \alpha^{k-k_m-\Delta_m} \beta^{-\Delta_m} V_{\sigma(k_m)\sigma(k_m)}(k_m) \leq$$

$$\mu_1 \mu_2 \alpha^{k-k_m-\Delta_m} \beta^{-\Delta_m} V_{\sigma(k_{m-1})}(k_m^-) \leq \dots \leq$$

$$\alpha^k (\mu_1 \mu_2)^{N_{\sigma}(k,0)} (\alpha\beta)^{-N_{\sigma}(k,0)\Delta} V_{\sigma(0)}(0) \leq$$

$$L\gamma^{N_{\sigma}} V_{\sigma(0)}(0) \leq L\gamma^{-N_1} \gamma^{\frac{k}{\tau_a}} V_{\sigma(0)}(0) \quad (17)$$

设 $\varepsilon_1 = \min_{(p,r) \in M \times Q} \{\mathbf{v}_{pr}\}, \varepsilon_2 = \max_{(p,r) \in M \times Q} \{\mathbf{v}_{pr}\}, \varepsilon_3 = \max_{(p,r) \in M \times Q} \{\mathbf{v}_{pr}\}, Q = \{1, 2, \dots, n\}$,其中 $\mathbf{v}_{pr}, \mathbf{v}_{pr}$ 分别表示 $\mathbf{v}_p, \mathbf{v}_p$ 的第 r 个元素,则

$$V_{\sigma(k)}(k) \geq \varepsilon_1 \|\mathbf{x}(k)\| \quad (18)$$

$$V_{\sigma(0)}(0) \leq \varepsilon_2 \|\mathbf{x}(0)\| + h\varepsilon_3 \sup_{-h \leq \theta \leq -1} \|\mathbf{x}(\theta)\| \leq$$

$$(\varepsilon_2 + h\varepsilon_3) \sup_{-h \leq \theta \leq 0} \|\mathbf{x}(\theta)\| \quad (19)$$

结合式(17)-(19)可得,

$$\|\mathbf{x}(k)\| \leq \frac{\varepsilon_2 + h\varepsilon_3}{\varepsilon_1} L\gamma^{-N_1} e^{\frac{\ln \gamma}{\tau_a} k} \sup_{-h \leq \theta \leq 0} \|\mathbf{x}(\theta)\|$$

$$\text{令 } \xi = \frac{\varepsilon_2 + h\varepsilon_3}{\varepsilon_1} L\gamma^{-N_1}, \eta = e^{\frac{\ln \gamma}{\tau_a} k}, \text{ 可得 } \|\mathbf{x}(k)\| \leq$$

$\xi \eta^k \|\mathbf{x}(0)\|_c$ 。因此,由定义2可知闭环系统(3)是正的且是指数稳定的。

2.2 切换正时滞系统的镇定性

接下来,讨论离散时间切换时滞系统(1)在异步状态反馈控制器(2)下的镇定性问题,并给出控

制器增益的具体形式。

定理 2 考虑离散时间切换时滞系统(1), 令 $A_{dp} \geq 0$, 给定常数 $\alpha > 1, \beta > 1, 0 < \gamma < 1, L > 0$, 若存在向量 $\nu_p > 0, \nu_q > 0, \nu_{pq} > 0, \nu_{pq} > 0, \forall p, q \in M$, 则使以下不等式:

$$A^T \nu_p + z_p - \alpha \nu_p + \nu_p < 0 \quad (20)$$

$$A_p^T \nu_{pq} + z_q - \beta^{-1} \nu_{pq} + \nu_{pq} < 0 \quad (21)$$

$$A_{dp}^T \nu_p - \alpha^h \nu_p < 0 \quad (22)$$

$$A_{dp}^T \nu_{pq} - \beta^{-h} \nu_{pq} < 0 \quad (23)$$

$$\tilde{\nu}_p^T B_p^T \nu_p (\tilde{\nu}_p^T B_p^T \nu_p A_p + B_p \tilde{\nu}_p z_p^T) \geq 0 \quad (24)$$

$$\tilde{\nu}_q^T B_q^T \nu_q (\tilde{\nu}_q^T B_q^T \nu_q A_p + B_p \tilde{\nu}_q z_q^T) \geq 0 \quad (25)$$

成立。其中, $\tilde{\nu}_p$ 是给定的向量, 满足 $\tilde{\nu}_p^T B_p^T \nu_p \neq 0, \tilde{\nu}_q^T B_q^T \nu_{pq} \leq \tilde{\nu}_q^T B_q^T \nu_q$, 则存在一类异步状态反馈控制器

$$u(k) = K_p x(k) = \frac{1}{\tilde{\nu}_p^T B_p^T \nu_p} \tilde{\nu}_p z_p^T x(k) \quad (26)$$

使得闭环系统(3)在 FADT 切换信号式(10)下是正的且是指数稳定的。

证明

1) 为证明系统(3)的正性, 对式(24)与(25)两边分别除以 $(\tilde{\nu}_p^T B_p^T \nu_p)^2, (\tilde{\nu}_q^T B_q^T \nu_q)^2$, 结合式(26)可得

$$A_p + B_p K_p = A_p + \frac{1}{\tilde{\nu}_p^T B_p^T \nu_p} B_p \tilde{\nu}_p z_p^T \geq 0, A_p + B_p K_q =$$

$$A_p + \frac{1}{\tilde{\nu}_q^T B_q^T \nu_q} B_p \tilde{\nu}_q z_q^T \geq 0$$

又由于 $A_{dp} \geq 0$, 由引理 2 可知闭环系统(3)是正的。

2) 证明系统是指数稳定的。将 $K_p = \frac{1}{\tilde{\nu}_p^T B_p^T \nu_p} \tilde{\nu}_p z_p^T$ 代入式(6)和(7), 结合式(20)和(21)以及 $\tilde{\nu}_q^T B_q^T \nu_{pq} \leq \tilde{\nu}_q^T B_q^T \nu_q$, 可得

$$A_p^T \nu_p - \alpha \nu_p + \nu_p = A_p^T \nu_p + z_p - \alpha \nu_p + \nu_p < 0,$$

$$A_{pq}^T \nu_{pq} - \beta^{-1} \nu_{pq} + \nu_{pq} \leq A_p^T \nu_{pq} + z_q - \beta^{-1} \nu_{pq} + \nu_{pq} < 0$$

3) 类似于定理 1 的证明, 可得闭环系统(3)是指数稳定的。

2.3 数值例子

例 1 考虑离散时间切换时滞系统(1), 其中,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.13 \\ 0.16 & 0.15 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.02 \\ 0.02 & 0.03 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.21 & 0.19 \\ 0.16 & 0.22 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.12 \\ 0.14 & 0.15 \end{bmatrix},$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.02 \\ 0.01 & 0.02 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.21 & 0.22 \\ 0.19 & 0.22 \end{bmatrix},$$

设 $\alpha = 1.02, \beta = 1.04, h = 2, \tilde{\nu}_1 = \tilde{\nu}_2 = [1 \ 1.1]^T$, 利用 Matlab 中的 LP 工具箱求解式(11)、(12)、(20)~(25), 可得

$$\nu_1 = \begin{bmatrix} 6.2514 \\ 6.8515 \end{bmatrix}, \nu_{11} = \begin{bmatrix} 0.3001 \\ 0.3056 \end{bmatrix}, z_1 = \begin{bmatrix} -1.9237 \\ -1.6672 \end{bmatrix},$$

$$\nu_2 = \begin{bmatrix} 6.1648 \\ 6.5942 \end{bmatrix}, \nu_{22} = \begin{bmatrix} 0.2411 \\ 0.2453 \end{bmatrix}, z_2 = \begin{bmatrix} -1.7454 \\ -1.4961 \end{bmatrix},$$

$$\nu_{12} = \begin{bmatrix} 1.1256 \\ 1.6542 \end{bmatrix}, \nu_{12} = \begin{bmatrix} 1.5314 \\ 1.3178 \end{bmatrix},$$

$$\nu_{21} = \begin{bmatrix} 1.5325 \\ 1.1843 \end{bmatrix}, \nu_{21} = \begin{bmatrix} 1.1435 \\ 1.2567 \end{bmatrix},$$

$$\mu_1 = 5.5680, \mu_2 = 5.7853,$$

令: $\Delta = 1, L = 10, \gamma = 0.97$, 则

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.3580 & -0.3103 \\ -0.3938 & -0.3413 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.3097 & -0.2655 \\ -0.3407 & -0.2920 \end{bmatrix}。$$

取 $N_1 = 1, \tau'_a = 2$, 切换信号由图 1 给出。设初始条件为 $x(0) = [15 \ 10]^T, x(\theta) = 0, \theta \in [-2, 0)$, 闭环系统(3)的状态响应曲线如图 2 所示。

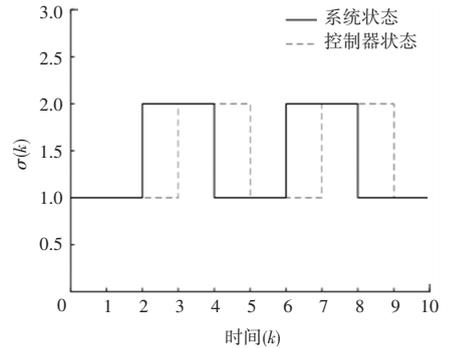


图 1 切换信号 $\sigma(k)$

Fig. 1 Switching signal $\sigma(k)$

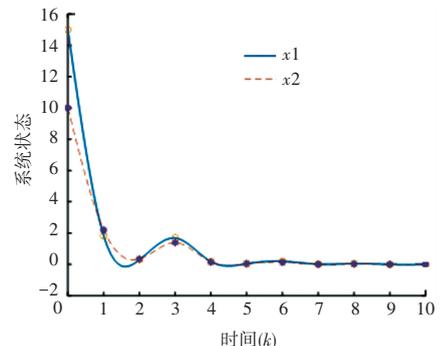


图 2 闭环系统(3)的状态响应

Fig. 2 State response of closed loop system (3)

3 结束语

本文研究了离散时间切换正时滞系统异步镇定性问题,设计了一类异步状态反馈控制器,基于FADT切换信号,得到了闭环系统是正的且是指数稳定的一个充分条件,并给出了控制器增益的具体形式,所给条件可以通过Matlab的LP工具箱来求解。通过数值例子,验证了所得结果的可行性和有效性。

参考文献

- [1] MAHMOUD M S. Switched time-delay systems [M]. Cham: Springer, 2010.
- [2] WANG B, ZHU Q X, LI S B. Stability analysis of discrete-time Semi-Markov jump linear systems with time delay [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(11): 6758-6765.
- [3] ZHAO X D, ZHANG L X, SHI P, et al. Stability of switched positive linear systems with average dwell time switching [J]. Automatic, 2012, 48(6): 1132-1137.
- [4] LI X M, SHAN Y N, LAM H K, et al. Exponential stabilization of polynomial fuzzy positive switched systems with time delay considering MDADT switching signal [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2024, 32(1): 174-187.
- [5] GAO L J, CAO Z B, ZHANG M, et al. Input-to-state stability for hybrid delayed systems with admissible edge-dependent switching signals [J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(13): 8823-8850.
- [6] DU S L, DONG J T, LI X, et al. Stability and stabilization for switched positive systems under a weighted MDADT method [J]. Journal of the Franklin Institute, 2022(359): 3656-3670.
- [7] HONG S S, ZHANG Y. Stability of switched positive linear delay systems with mixed impulses [J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50(16): 3022-3037.
- [8] WANG R H, FEI S M. New stability and stabilization results for discrete-time switched systems [J]. Applied Mathematics and Computation, 2014(238): 358-369.
- [9] XIANG M, XIANG Z R, KARIMI H R. Stabilization of positive switched systems with time-varying delays under asynchronous switching [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2014(12): 939-947.
- [10] 刘婷婷, 吴保卫, 刘丽丽, 等. 离散切换正时滞系统在异步切换下的镇定性 [J]. 应用数学学报, 2018, 41(6): 721-734.
- [11] WANG P, LIU Y, SANG H, et al. Dwell-time-dependent asynchronous dissipative control for discrete-time switched positive systems with linear supply rates [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2023(49): 101363.
- [12] LIU T T, WU B W, LIU L L, et al. Asynchronously finite-time control of discrete impulsive switched positive time-delay systems [J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(10): 4503-4514.
- [13] WANG Y T, TANG R Q, SU H S, et al. Asynchronous control of switched discrete-time positive systems with delay [J]. IEEE Transactions on Systems, 2022, 52(11): 7193-7200.
- [14] LIU S L, XIANG Z R. Exponential L_1 output tracking control for positive switched linear systems with time-varying delays [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2014(11): 118-128.
- [15] SUN X M, WANG W, LIU G P, et al. Stability analysis for linear switched systems with time-varying delay [J]. IEEE Transactions on Systems, 2008, 38(2): 528-533.